

## 小5の面積の授業実践に向けた一考察

2023.12.24 小林靖能

### 1. はじめに

小学5年生の平行四辺形、三角形、台形、菱形等の面積の授業実践に向けて根拠とすることは次の通りである。

一つは、子どもの誰もが各図形の求積を自ら認識できる学びにするとともに、子どもが生活及び既習の認識等を拠り所とする学びを組織すること。

二つ目は、小4年生で学んだ長方形の縦の長さ×横の長さの面積の求め方から、各図形を長方形に変形することを拠り所にする学びを組織すること。

三つ目は、長方形は2組の対辺の位置関係が平行であり、かつ直角に交差することを拠り所としての学びを組織すること。

### 2. 基本的な考え

小5年生の面積の授業を構想し組織する基本的な考えは次の通りである。

① 面積の求め方は長方形、平行四辺形～菱形等は何れも次の通りであること。

ア 平行四辺形、三角形、台形、菱形等の求積は、長方形の縦の長さ×横の長さに即して求めることができること。

イ そのために、平行四辺形、三角形、台形、菱形等の各図形を等積・倍積変形して長方形の形に変形すること。

ウ 長方形の横の長さが底辺に、縦の長さが高さになると認知できること。

② 各図形の求積ごと、そして菱形の求積後に、面積の求め方は、長方形、平行四辺形、三角形、台形、菱形等について次の通りであると子どもの誰もが認識できること。

長方形・縦の長さ×横の長さ→平行四辺形・底辺×高さ（長方形の横の辺が底辺に、縦の辺が高さと同等になる）→三角形・底辺×高さ÷2→台形・（上底+下底）×高さ÷2→菱形・2つの対角線の積÷2

③ 長方形の2組の対辺の位置関係が平行で縦の辺⊥横の辺であることから、横の辺のどの点からであっても、対辺に引いた垂線の距離、長さは同じ距離、長さになる。縦の辺でも同じである。

ア 上の横の辺上のどの点からでも下の横の辺までの高さとなる直線は最短距離になり、かつ横の辺⊥縦の辺となるよう縦の辺上に引くこと（長方形であるから当たり前のことである）。→頂点から底辺までの高さとなる直線は最短距離になるよう底辺⊥高さ、となるように底辺上に引くこと（垂線を降ろすこと）。

イ 長方形の2組の対辺が平行の位置であることは、上記アのように平行線間の距離は、どこでも同じである・等しいことを示していること。

### 3. 面積の学びに向けて

#### （1）授業構想の核

① 子どもが面積を学ぶ対象の図形

平行四辺形、三角形、台形、菱形、そして主に一般の四角形、五角形の多角形の内積を三角形に分割して求めること。

② 上記①の各図形の面積を求める中核は

ア 上記2の通り、長方形であり、縦の長さ×横の長さである。

したがって、平行四辺形、三角形、台形、菱形を等積・倍積変形をして長方形の形にすることが求められること。

イ 子どもが各図形の面積を求めることは、各図形を長方形に等積・倍積変形し、その図形に横の辺の長さ→底辺、縦の辺の長さ→高さに該当する辺、あるいは空間にある存在を見定めることになる。

子どもが変形した図形から底辺、高さの見定めは、長方形の相対する2組の辺は等長で平行、4つの角は直角で縦の辺⊥横の辺から求めることになる。

i) 変形した図形で横の辺はどれで、長さはどこからどこまでかの見定め。

ii) その辺・横の辺と対になる縦の辺がどこに存在するかの見定め。

iii) 等積・倍積変形した図形から、横の辺に該当する**底辺**を、縦の辺に該当する**高さ**を見定めることになる。その高さは、底辺に対する辺の頂点から、あるいは対辺の1点から最短距離となる直線を底辺に垂直に降ろした直線になる。「底辺⊥高さ」となる直線。

平行四辺形を等積・倍積変形すると、平行四辺形の底辺と高さは、長方形の縦の長さと同じ横の長さとなるので、平行四辺形からでも三角形や台形の求積をし易い。

ウ 本学習内容は仲間分けするなどの学びに取り組むことで、統合的・概念的な認識の形成へと繋げる見方・考え方の資質・能力を育み培える素材にできる。

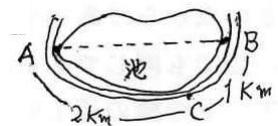
長方形、正方形、平行四辺形、三角形、台形、菱形、一般の四角形等をどんな観点からどのような仲間分けができるかの学びに取り組める。

## (2) 底辺と高さとの距離について (3時間の計画)

底辺を見定める、その意底辺に対辺の辺上にある一点などから高さとなる垂線を引く、のように底辺と高さを見定める拠り所一つとなる点と点の距離、点と線の距離、平行線間の距離についてを学ぶ。

### ① 長さとの距離の違い

ア AからB迄の道の長さはACBという曲線の長さ $2 + 1 = 3$  kmをさす。



イ ABを直線で結んだ長さを距離(破線)という。

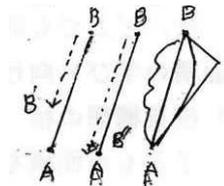
距離は、山や建物等があっても、ないものとして捉え、2点間の距離を結ぶ直線をいう。2点間の**最短距離**になり、長さの単位で表すことになる。

### ② 距離には3つの取り方がある

3つとも図形の面積を求めるのに必要な長さとなる、底辺と高さに結びつく。

#### ア 点と点との距離

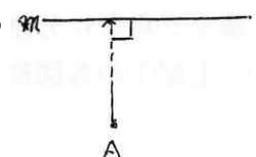
AとBの点を取る。AB間の距離はBをAに向けて動かすとAB間の距離は、0か0より大きくなる。AB間を結ぶ線はいくつも引けるが、最短の長さになるのは、AB間を直線で結ぶ直線になる。



#### イ 点と直線との距離

右図のように点Aから、直線mに向かって歩くと最も時間のかからないコースとなるラインを引きましょう。

また、そのラインがそうなる理由を書きましょう。



- i 隣の友達と協働して求めましょう。
- ii ラインの引き方についてみんなで協働してまとめましょう。

### ウ 平行線間の距離

右図のように校庭のトラック内に平行線mとnが引いてあります。

直線m上の点AとBから、直線nに向かって2人が競走します。トラック内ですので障害物はありません。

2人が点AとBから、直線nに向かって走る最適なコースと考える線を図の中に描きましょう。

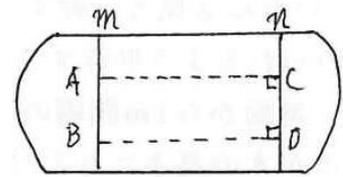
また、2人が走る最適なコースの長短はどうなりますか。そうなる理由も考えまとめましょう。

- i 隣の友達と協働して最適コースを引き、最適とする理由も考えまとめましょう。
- ii 最適なコースとなる理由をみんなで協働してまとめましょう。

〈最適、及びどちらのコースも等長である理由〉

直線m上の点AとBから、直線nに向けて引いた直線の交点をそれぞれC、Dとする。直線ACとBDを垂線として引いた、あるいは $\angle ACD = \angle BDC = \angle R$ の印を付けることができるので**最短の直線**になる。

そして、 $\square ABDC$ は、 $AB \parallel CD$ で、 $\angle ACD = \angle BDC = \angle R$ と同位角等から残りの $\angle CAB$ と $\angle DBA$ も $\angle R$ となり、4つの角が直角となって長方形となる。よって、 $AC = BD$ となる。



### ③ 図形の高さや底辺

#### ア 子どもが認識できる学びに

図形の底辺と高さは難しい学習内容である。そして、底辺と高さは面積を求めるために切り離すことのできない一体的な2つの要素である。そのために、次のような三つを拠り所として学びに取り組むことができるよう進める。

一つ目は、子どもが日常の経験から捉え用いている高さや底辺を基にすること。

二つ目は、その捉え方を図形の底辺、高さに繋げること。

三つ目は、長方形の縦の長さや横の長さや高さや底辺を子どもの誰もが結びつけることのできる学びにすること。

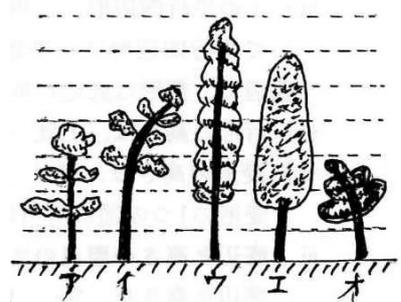
#### イ 高さ比べから高さや底辺を

子どもは、生活経験から、あの桜の木は高いなどと高い低いで捉えている。その基準は地面であり、地面からの高い低いである。

そこで、右図のような樹木の高さ比べから、子どもが有している高いとその基準を繋げて高さや底辺を認識する学びに取り組む。

1. 次の各問いに隣の子と協議し、答えを求めましょう。

- i どの木の高さが一番高いでしょうか。
- ii 木の高さの高い順に記号を書きましょう。
- iii iiのような高い順を決めた考えをまとめましょう。



(イのような木を入れておくことは、平行四辺形や鈍角三角形等で底辺を延長

するなどして、高さを取ることを学ぶきっかけとなる、と考える。)

2. 1のiiiの高い順を決めた考えをみんなで協議してまとめましょう。

いろいろな見方、捉え方があると想定できるが、次のようなまとめが子ども達で進められるよう助言する。

地面から1m間隔の平行線を引いたとすると、各々の木と平行線が交わったところが気の高さになる(プリントする図に、最初から1m間隔の平行線を引くことも考えられる)。

(助言のポイント)

子ども達のいろいろな見方や考え方が出され、それらの考え方等を子ども達が交流しまとめられた内容が上記のようであればOK。

助言の言葉の一つの事例

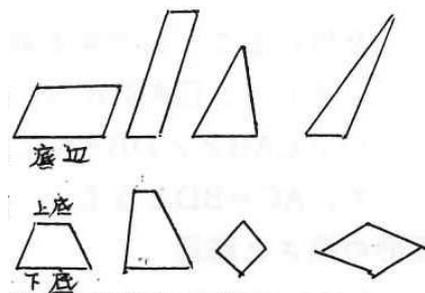
高さを決めるために誰もが納得する基準が図の中にあり、どれでしょうか。

(2つあり、1つは地面であり、もう一つは高さである。その高さは、頂点から地面の1点に引く最短距離・長さの直線となり、高さの直線⊥地面となること。)

## ウ 図形の底辺と高さ

### i 底辺

この図では、みんながまとめたように、高さを比べる基準の一つが地面だったが、図形ではその地面にあたる辺を**底辺**という。そして、右図のような平行四辺形、三角形、台形、菱形を示し、該当する辺に底辺と記入し、底辺を定義する。



台形は、1組の平行な辺の上の辺を**上底**、下の辺を**下底**という。

### ii 高さ

高さでは、次のような手順で活動を進める。隣の子同士で互いに相手の作業が順調であるか相互で進み具合を確かめつつ、みんなで学びを進める。

i) この図では、各木と基準の地面とがどのような位置関係になっていますか→その位置関係を示すことを図に表現しよう→各木の頂点からの直線と地面・底辺が垂直(⊥)に交差する直線を引こう→**高さの定義**:各木の頂点から底辺に垂直に引く直線の距離・長さを**高さ**という。

ii) 三角定規2つを用いて、各木の頂点から垂直に直線を地面・底辺に引き、地面・底辺との交点に直角の印⊥を記入する。

iii) iの平行四辺形、三角形、台形、菱形に三角定規2つを使い高さを引き、続いて平行四辺形はiで底辺に取った辺以外の3つの辺を、三角形は他の2辺を底辺に、菱形は底辺に取った以外の3辺を底辺とする高さを引こう。

iv) 台形の高さは、上底→下底(下底→上底)に垂直に引いた直線だけになる。

v) 菱形の高さは、平行四辺形と同じように4辺を底辺とする高さがある。

菱形の1つの図に対角線を2つ引き、交点がどう交わっているか確かめよう。

### iii 底辺と高さの要点のまとめ

底辺と高さを、学んで大切だと考えたことを子どもが考え、まとめる。

i) 底辺と高さを学び大切だと考えたことを自分で考え、そして隣の子と考えを交



ii) 3人でまとめた求め方を発表し合い、みんなで協働して平行四辺形の求め方をまとめる。→平行四辺形の面積＝底辺×高さ

ii 上記 i) ii) の学習で、子ども個々が次のような学び状態になること。

i) 3人の協働学習では、3人が自分の考えを持ち、3人で課題解決に向けて考える、あるいは「分からない。今一度説明して」などの言葉も交わし合う中で、3人が納得してのまとめになること。

ii) みんなとの協働学習では、誰もが誰もの「考える・分かる」ことを優先する学びで「分からない、分かった」の遣り取りのある環境で、みんなで納得しての結果が、誰もが「平行四辺形＝底辺×高さ」のねらいを学び取ることができること。

さらに、友達を考え等の中で、自分が成る程などと受け止めた事柄を1つ選び、ノート等にメモしていること。

iii 上記 ii) の学びで子ども個々が、「平行四辺形＝底辺×高さ」のねらいを学び取ることのできた拠り所にした事項をノートにメモできていること。

② 教科書P202の㉞の**三角形の面積**の求め方に取り組む。(1時間の計画)

ア 教科書P202の㉞三角形の求め方を言葉による表し方を考える学び。

イ 教科書P202㉞三角形の面積(プリント)の求め方を、言葉による表し方を考える学び。

i 教科書P202の㉞三角形の面積の求め方を、平行四辺形のように、言葉で表すことを考える学び。

学習課題：「三角形の面積の求め方は、三角形の形の中にどんな秘密が隠されているのだろうか」(秘密 ⇄ 子どもの追求は、三角形を等積・倍積変形させて、長方形や平行四辺形に変形し、「底辺×高さ」にできる、と考える。)

i) 隣の子と協働して学習課題の解決を考え、三角形の面積の求め方をまとめる。

ii) 2人でまとめた求め方を発表し合い、みんなで協働して三角形の求め方をまとめる。→三角形の面積＝底辺×高さ÷2

ii 上記 i) ii) の学習で、子ども個々が次のような学び状態になること。

i) 2人の協働学習では、各自が自分の考えを持ち、2人で課題解決に向けて考える。あるいは2人の考えで「分からない。どうしてそうなる」などの言葉も交わし合う等の中で、2人が納得してまとめになること。

ii) みんなとの協働学習では、誰もが誰もの「考える・分かる」ことを優先する学びの中で「今一度説明して、分かった」など、誰に気兼ねすることなく「考え・分かる」学び集中できる環境で、みんなで納得しての結果が、誰もが「三角形＝底辺×高さ÷2」のねらいを学び取ることができること。

さらに、友達を考え等の中で、自分が成る程・そんな変形の仕方もある、などと受け止めた事柄を1つ選び、ノート等にメモしていること。

iii 上記 ii) の学びで子ども個々が、「三角形＝底辺×高さ÷2」のねらいを学び取ることのできた拠り所にした事項をノートにメモできていること。

③ 教科書P202の㉟の**台形の面積**の求め方に取り組む。(1時間の計画)

ア 教科書P202の㉟台形の求め方に取り組む。

イ 教科書P202㉟台形の面積(プリント)の求め方を、言葉による表し方を考える

学び。

- i 教科書P202の㊦台形の面積の求め方を、平行四辺形、三角形のように、言葉で表すことができるかどうかを考える学び。

学習課題：「台形の面積の求め方は、台形の形の中にどんな図形が隠されているのだろうか。」（隠れて  $\Leftrightarrow$  子どもの追求は、台形を等積・倍積変形させ、長方形や平行四辺形、三角形に変形し、「底辺×高さ」にできる、と考える。）

- i) 隣の子と協議して学習課題の解決を考え、台形の面積の求め方をまとめる。  
ii) 2人でまとめた求め方を発表し合い、みんなで協議して台形の求め方をまとめる。  
→台形の面積＝(上底＋下底)×高さ÷2

- ii 上記i) ii)の学習で、子ども個々が次の学びのような状態になること。

- i) 2人の協働学習では、各自が自分の考えを持ち、2人で課題解決に向けて考える。あるいは2人の考えで「どうしてそうなる。2組の対辺が平行になるだろう」などの言葉も交わし合う等の中で、2人が納得してのまとめになること。

- ii) みんなとの協働学習では、誰もが誰もの「考える・分かる」ことを優先する学びの中で「分かった。みんなありがとう」など、誰にでも安心して自分の気持ちを表現できる「考え・分かる」学びに集中できる環境で、みんなで納得しての結果が、誰もが「台形＝(上底＋下底)×高さ÷2」のねらいを学び取ることができること。

さらに、友達の影響等の中で、台形を倍の大きさにした平行四辺形からの求め方が分かり易い、などと受け止めた事柄を1つ選び、ノート等にメモしていること。

- iii 上記ii)の学びで子ども個々が、「台形＝(上底＋下底)×高さ÷2」のねらいを学び取ることのできた拠り所にした事項をノートにメモできていること。

④ 教科書P202の㊦の**菱形の面積**の求め方に取り組む。(1時間の計画)

ア 教科書P202の㊦菱形の求め方に取り組む。

イ 教科書P202㊦菱形の面積(プリント)の求め方を、言葉による表し方考える学び。

- i 教科書P202の㊦菱形の面積の求め方を、平行四辺形、三角形、台形のように、言葉で表すことができないかを考える学び。

学習課題：「菱形の面積の求め方は、菱形の形の中にどんな図形が隠れているのだろうか。」（隠れて  $\Leftrightarrow$  子どもの追求は、菱形を等積・倍積変形し、長方形に変形する、菱形の中にある2つ、4つの三角形の面積をもとにする求め方。あるいは方眼をたよりに対角線が直交していることに着目し、三角形の面積をもとにする求め方。さらに2組の対辺が平行だから平行四辺形であるからと、「(2つの対角線の長さの積)÷2→底辺×高さ」にできる、と考える。）

- i) 子ども個々が自力で学習課題の解決を考え、菱形の面積の求め方をまとめる。  
ii) 個々で解決した求め方を発表し合い、みんなで協働して菱形の求め方をまとめる。  
→菱形の面積＝直交する2つの対角線の長さの積÷2→底辺×高さ

- iii) 平行四辺形、三角形、台形、菱形の各図形の面積に通底する概念を求める学び。

長方形の面積・縦の長さ×横の長さを基底にして、各図形の面積を求めることができる。すなわち、面積・広さを求めるのは縦の長さ×横の長さであること。

- ii 上記i) ii) iii)の学習で、子ども個々が次のような学びの状態になること。

i) 個々の自力学習では、各自が課題解決に向けて考え、自分の考えを持つ。  
 友達に助言を求めたり、授業者に質問したりするなど誰もが自分の考えを持つと  
 と取り組み、友達も授業者も誰もがその子がその子としての考えを持てることに時  
 間をかけることを当たり前のような子ども一人一人であり、学びの環境であること。

ii) みんなとの協働学習では、誰もが誰もの「考える・分かる」ことを学びの場にい  
 る授業者を含めて、みんなが一人の子が分かるまで分かってもらえる関わり方を自  
 然とできる学びの中で、「じぶんもよく分かった。A君とみんなありがとう」など  
 の声が交流し合う「考え・分かる」学びに取り組める環境で、みんなで納得しての  
 結果が、誰もが「菱形＝2つの対角線の長さの積÷2→底辺×高さ」のねらいを学  
 び取ることができること。

さらに、友達の考え等の中で、2組の対辺が平行か、そうだよなあ、などと受け  
 止めた事柄を1つ選び、ノート等にメモしていること。

iii) 平行四辺形、三角形、台形、菱形に共通していることを見つけ出す学習

助言：「平行四辺形、三角形、台形、菱形の各図形の面積の求め方に共通するこ  
 とはどんなことだろうか。」

〈通底している概念〉

あ) 長方形の求積である縦の長さ×横の長さが、平行四辺形、三角形、台形、菱形の  
 求積に通底している**基底の概念**。

い) 縦の長さ×横の長さが機能する要件が「縦の長さ⊥横の長さ」と「平行線間の距  
 離は最短の直線でどこでも等しい」こと。

う) あ) い) から、平行四辺形、三角形、台形、菱形の面積は、「底辺×高さ」、「平行  
 線間の距離は最短の直線でどこでも等しい」により求めることができること。

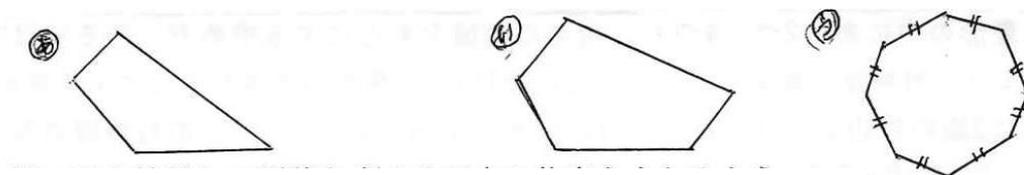
え) あ) い) う) から、面積は長さ×長さを根底にしていること。

iii) 上記iii) の学びで子ども個々が平行四辺形から菱形まで「底辺×高さ」などに  
 よる面積の求め方、及び「縦の長さ×横の長さ、の長さ⊥横の長さ」等の共通事項  
 の捉え方を、学び取る拠り所にできたこととしてノートにメモできていること。

5. 多角形の面積

① いろいろな多角形の面積の求め方を考えよう (0.5時間)

ア 次の各多角形の面積を求めるのにどのような工夫をすれば求められますか。



i) 隣の子と協働して面積を求める工夫の仕方をまとめよう。

イ 多角形の面積を求めるためには、多角形をどんな形にすればよいのでしょうか。ど  
 うしてそのような形にするのでしょうか。みんなで協働して考えましょう。

② ①の各図形の面積を求めるために必要なところを測定し、面積を求めよう。

i) 面積を求めることができたなら、隣の子と面積の数字、及びどのような多角形をど  
 のように分けたかも交流し合おう。

6. 次の①、②の問題の解決に挑戦 (1時間)

① 次の各図形を辺や角を観点として仲間分けに挑戦。どんな観点でいくつ仲間分けができるだろう。例を参考に始めよう。{} は、中のモノが同じ仲間であることを表す。

長方形、正方形、平行四辺形、三角形、台形、菱形、一般の四角形、一般の五角形  
例) 観点：辺が直線で囲まれている図形

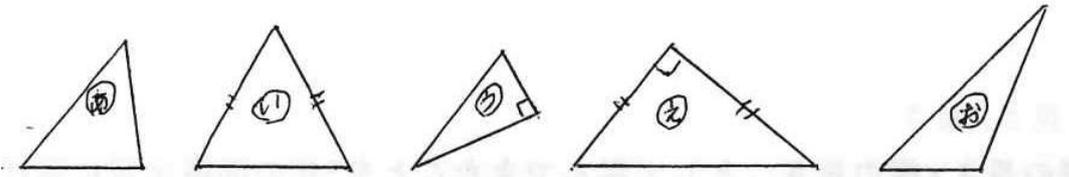
辺が直線で囲まれている図形の仲間は次の通り

{長方形、正方形、平行四辺形、三角形、台形、菱形、一般の四角形・五角形}

ア 各自で観点を考え決めて、仲間分けをしてみよう。

イ 観点と仲間分けを発表し合い、みんなで観点がいくつあるか、その仲間にはどのような図形が入るかを協働して観点と仲間とした図形の整合性を確かめ、まとめよう。

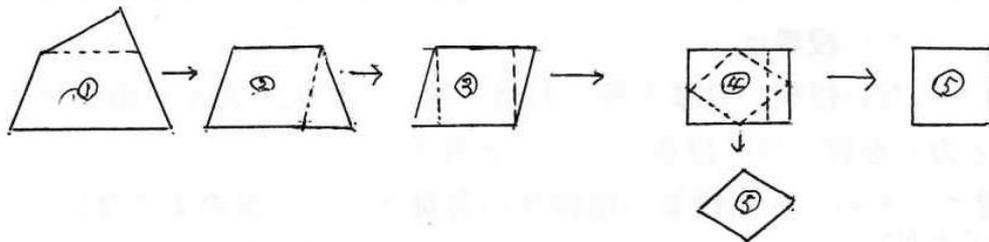
② 次のような三角形の辺や角を観点として仲間分けに挑戦。



ア 各自で観点を考え決めて、仲間分けをしてみよう。

イ 観点と仲間分けを発表し合い、みんなで観点がいくつあるか、その仲間にはどの三角形が入るか協働して観点と仲間とした三角形との整合性を確かめ、まとめよう。

7. 下図のような四角形の紙を順に切って、いろいろな四角形を作ってみましょう。最初の四角形から、最後の四角形までの形をノートに描き残しましょう。(0.5時間)



8. 次の①、②の面積の問題解決に挑戦 (1時間)

① 次の右図の四角形  $ABGD$  と四角形  $CEFG$  の2つの四角形の面積は、大きい、同じ、小さいのどれになりますか。

1つを選びその理由を書きましょう。

ア 各自で考える。そして隣の子と協働して、選んだ1つとその理由をまとめよう。

イ 選んだ1つとその理由をみんなで発表し合い、選んだ1つと理由をまとめよう。

② 次の右図のような長方形で点  $G$ 、 $H$ 、 $I$  は、辺  $BC$  上にあります。

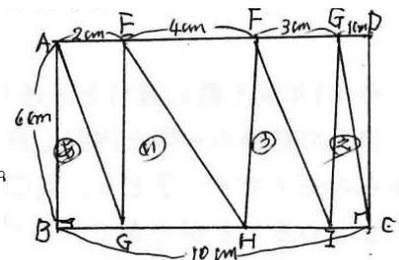
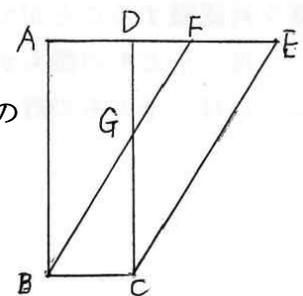
ア 4つの三角形㉑㉒㉓㉔の面積の和を求めよう。

イ 4つの三角形㉑㉒㉓㉔の面積の和は、長方形  $ABCD$  の面積のどのくらいの大きさですか。

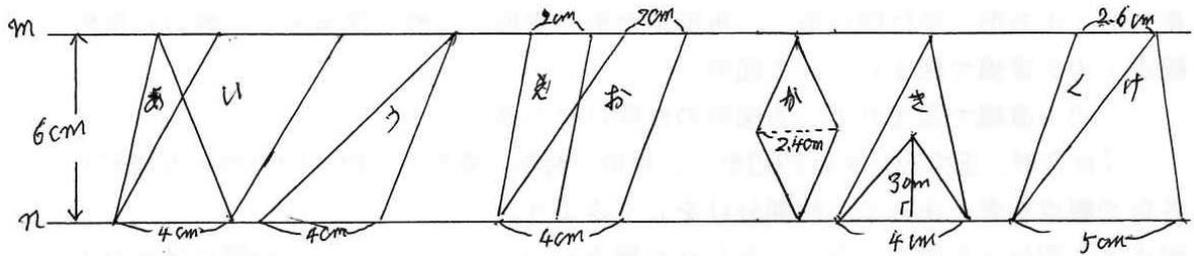
ウ イのことを右図で、直線によって示すことができますか。

i 各自で考える。そして隣の子と協働して、ア、イ、ウの答えとその論理をまとめよう。

ii ア、イ、ウの答えを発表し合い、みんなで答えとその論理をまとめよう。



9. 直線mとnは平行線です。次の各図形の面積を求めましょう。



10. おわりに

① 面積の求め方は、長さ×長さ

長方形の面積を縦の長さ×横の長さ、として学んできたことを5年の面積学習に繋げて、子どもが主体的に平行四辺形から菱形までの求積の仕方を学ぶことができる。

4年の長方形、正方形の求積学習では、長さ×長さを核とする学習にすべきと考える。

② 底辺×高さによる求積

本資料は、子どもが長方形の縦の長さ×横の長さを底辺と高さに繋げて平行四辺形から菱形の求積にと考えての1事例である。さらに、子どもの誰もが底辺と高さをいろいろな図形で認知できる学びにするために、もっと体験を通しての学びを必要と考える。

③ 子ども誰一人置き去りにしない授業は

子ども誰一人置き去りにしない授業。言葉を替えれば、子ども一人一人が「確かな学力」を学び取り、「生きる力」を育み培う授業である、と考える。

本資料をまとめる過程で、そのような授業の鍵概念の言葉として、次のような2つの言葉を再認識することができた。その2つは従来から重視してきた次の言葉になる。

一つは、子どもの誰もが自力で考えた事柄を持つことのできる授業。

二つめは、子どもの誰もが誰にも気兼ねせずに「分からない」等の質問のある授業。