子どもが乗除計算の算法を見つける分かる認識する半具体物

2023、6、25 小林靖能

1．子どもが乗除計算の算法を見つける分かる認識する半具体物

（1）子どもが乗除計算の算法を見つける分かる認識するについて

①　乗除計算の算法とは

次のようなかけ算、割り算を用いる学習内容の全ての算法を対象とし、その根底となる概念が「１あたり量×いくつ分＝全体量→乗法の式・かけ算の式（と称す）、〈１あたり量（いくつ分）＝全体量÷いくつ分（１あたり量）〉」と捉える。

同数累加はかけ算の性質、同数累減は割り算の性質として捉えている。

ア　整数、小数、分数、（正負の数、文字、無理数）の乗法、除法計算の学習内容。

イ　平均、混み具合・密度、速度、割合等々の除法を用いる学習内容。

ウ　１あたり量、いくつ分、全体量の意味は次のように捉える。

ⅰ　１あたり量→１つのものに付属・付帯している量。三輪車であればタイヤ３本。

ⅱ　いくつ分→１あたり量を有しているものの存在する量。三輪車が４台あるの４。

ⅲ　全体量→１あたり量がいくつ分あることによる全体の量。三輪車が４台あれば、タイヤの数が３×４＝１２本となる。

②　乗除計算の算法を見つける分かる認識するとは

子どもが乗除計算の算法を見つける分かる認識することを次のように捉えている。

ア　子どもは小２年でかけ算九九を「１あたり量×いくつ分＝全体量」によって求める。小３年で割り算を「全体量÷いくつ分＝１あたり量」か「全体量÷１あたり量＝いくつ分」として、かけ算の逆算として学ぶ。

子どもの誰もが小２・３年のかけ算・割り算を基に、作成する半具体物に「１あたり量、いくつ分、全体量」を位置づけ表現する活動を通して３つの量の関わりから、上記①－ア、イの各学習内容の算法、求め方等の学びに取り組み、算法及び求め方を見つける分かる・認知し認識形成を行う学びを指す。

イ　**乗除計算の算法を見つける分かる認識する学習内容の中核は**、子どもの誰もが半具体物に３量を位置づけ表現する活動を通して、上記①－ア、イの各学習内容の根底がかけ算の式が「**１あたり量×いくつ分＝全体量**」で通底している、と理解し認識形成できることである。さらに上記①－ア、イの各学習内容等を一つのまとまりとして認識できる学びに取り組めることと捉えている。

③　乗除計算の算法を見つける分かる認識するとは

見つけるは、上記①－ア、イの各学習内容の算法や求め方が作成する半具体物により「１あたり量×いくつ分＝全体量」の３量の関わりから、論理的に算法や求め方を見出すことである。３量の内１つの量が未知の量であり、その未知の量を求めるために乗除の算法を用いることになる。

分かるは、言葉で考えていることと考えていることが視覚を通して半具体物で用いる物を数える、手で操作するなどの体験的な活動も伴わせて、知と感が一体化する分かり方であり理解である分かり方に繋がると考える。

認識するは、知性と感性を一体化させて論理的に算法の在り方や求め方を見出し、

その在り方や求め方の存在を納得して理解し、認める知ることと考える。

子どもにとっては見つける分かる認識することを一体化して学べることである。

④　乗除計算の算法を見つける分かる認識する半具体物とは

子どもが乗除計算の算法及び求め方を見つける分かる認知する**半具体物**を次のように捉えている。

ア　**半具体物**とは乗除法の根底である、１あたり量×いくつ分＝全体量の３種の各量の数をタイルで表し、３種の各量である１あたり量、いくつ分、全体量の各量のタイル数を目で確かめられる１つの図・タイル図（と称す）として表現するものである。

イ　かけ算・割り算の算法が分かり計算ができることと半具体物との結びつき

子どもの誰もがかけ算･割り算の算法が分かり計算ができる学びにできる必要不可欠なのが半具体物である。その半具体物はタイルを用いた図を作成する活動を伴わせることで、子どもの学びに次のような機能を有している。

i　子どもの誰もが知性と感性を一体化させた分かる･できる学びに取り組めること

その学びは子どもの誰もが次のような活動に取り組めることと考える。

i）子どもの誰もがかけ算の式１あたり量×いくつ分＝全体量を基に、明示の２量をタイル図に表現し、未知の量をタイルを数えて求める活動に取り組めること。

ii）その取り組みは、頭で考える、考えたことをタイルを用いて図に表すなどの手を動かす、そして図に表したタイルの数を数え、考えたことを目で確かめること等を一体化しての学びをどの子も体験できる学びにできること。

ii　子どもの誰もが乗除の算法及び除法を用いる割合等の学びでかけ算の式が通底していることを認識できること

子どもは乗除の算法等の学びにおいて､様々な具体物の事例から直に数値に繋げ、式表現して学ぶことが多い。

しかしタイル図を用いて数値に繋げる乗除計算や割合等の学びは、子どもにとって数値に繋げる学びの拠り所が、乗除算法に関わるどの学習内容においても、かけ算の式を基にしての３量から作成するタイル図で一貫していること。そしてそのような乗除算法に関わる学びを重ねるごとにかけ算の式が通底していることを認識できること。子どもが何れの学びでも明示の２量をかけ算の式に当てはめることを始めに取り組むから。

iii　かけ算とタイル図の結びつき

かけ算はまず、明示の２量をかけ算の式に当てはめ、タイル図の作成に着手。

かけ算は、１あたり量とその１あたり量がいくつ分あると示される数値の２量から、１あたり量をいくつ分累加する操作を行い（そのように作図）、タイルの数から未知の量･全体量を求める計算になる。

iv　割り算とタイル図の結びつき

割り算はまず、明示の２量をかけ算の式に当てはめ、タイル図の作成に着手。

割り算は、全体量といくつ分（１あたり量）の２量の数値が示され、全体量をいくつ分（１あたり量）の数で等分できる量･数値を順次累減するの操作（そのように作図）を、全体量が０になるまで続け、等しく分け終えたいくつ分（１あたり量）に当たる各々の１つ分に分けられたタイルの数から未知の量･１あたり量（いくつ

分）を求める計算になる。

ウ　子どもの誰もが半具体物･タイル図を使い慣れることが乗除計算の根底を学ぶことに

i　小２年からタイル図の作成に取り組むこと

小２年のかけ算､小３年の割り算を学ぶ最初の段階から小６年の比等の学びまで、一貫してタイル図を作成･表現する学びに取り組むこと。

ii　タイル図作成の学び体験が乗除計算及び求め方の根底の概念を身に付けること

教科書では事例ごとに、取り上げる素材の具体物が異（乗り物、お皿等々）なる。異なって当然であるしそうあるべきである。しかし、その事例の具体物に結びつけたタイル図を作成させることで、子どもの誰もがタイル図という半具体物を拠り所として乗除計算及び求め方を学ぶ体験の積み重ねができる。

すなわち具体物が異なっても、半具体物･タイル図の作成と「１あたり量×いくつ分＝全体量」とを連ねて両者を共に学ぶ積み重ね体験が、子どもの誰もが２つを乗除計算･求め方の基本概念･根底である、と育むことができる。

iii　タイル図の有する機能を認識すること

乗除の算法を扱う計算及び求め方の根底には「１あたり量×いくつ分＝全体量」があること。そして、その３つの量の何れが未知の量であってもタイル図を作成することで解を得る道筋を把握することができること。

そんな学びの体験によって子どもの誰もが、他者にその解の求め方を論理的に説明できることと、その拠り所になる２つを必然的に身に付けることができること。

iv　示される２量と未知の量の関係を認知する能力を育むこと

上記ii、iiiのような資質･能力を身に付けるためには、示される２つの量が３量の中のどれであるかを認知する能力を子ども自身が育まなければならない。その適切な方策が、小２年のかけ算から２つ（１あたり量×いくつ分＝全体量とタイル図の作成）の学びに取り組み慣れ習熟（門前の小僧）させることに尽きる、と考える。

エ　子どもが割り算の演算は全体量を等分することと認識できる学びにすること

子どもにとってタイル図を作成する学び体験が、割り算は全体量を等分することだと目で確かめ分かり、算数の学びに進んで取り組む子どもになる、と考える。

授業者は、子どもが割り算は全体量を等分する演算であり、かけ算の逆算であると認識できる学びを計画する。子どもは、タイル図を作成し、割り算が分かる学びの体験を通して算数の学びに積極的になる。

そんな学びによって、子ども誰もが乗除計算の根底には「１あたり量×いくつ分＝全体量」であるとの認識を必然的に育む体験が、除法の学びを乗法と同様にタイル図を作成して取り組めば分かりできるの心的知的作用を促す、ことになると考える。

２．半具体物･タイル図の作成

（１）乗法･かけ算のタイル図の作成

①　作成の基本的なこと

ア　縦軸と横軸を取る。

イ　縦軸は１あたり量を位置づけ、単位を目盛る。横軸はいくつ分を位置づけ、単位を目盛り、縦軸と横軸に囲まれての各タイルの数全体が全体量を表す。

（２）タイル図の表現･作成

事例からタイル図の作成を進める。

ex)「一皿にリンゴが３個のせてあります。そのようなお皿を５つ用意します。
リンゴは全部で何個必要でしょうか。」

①　事例からかけ算の式の３量に当てはめ、タイル図を基に解を求める

ア　事例からかけ算の式（１あたり量×いくつ分＝全体量）の３量に当てはめる。

１あたり量は１皿にリンゴが３個の３、いくつ分は３個のリンゴをのせる５つのお皿の５、リンゴは全部で何個必要かから未知の量が全体量で□で表す。

イ　かけ算の式に３つの量を当てはめると次のようになる。

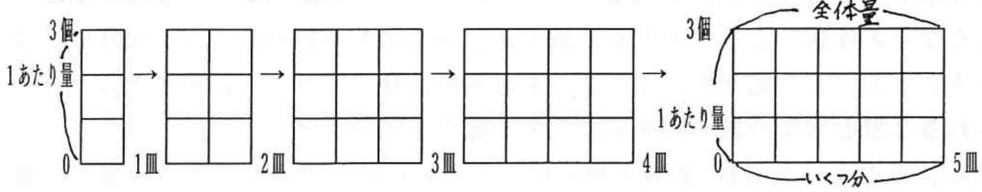
３×５＝□

ウ　□に当たる全体量をタイル図に表現・作成し、同数累加させて□の数を求める。
求めた数が３×５のかけ算の求める解になる

②　タイル図を表現･作成

ア　縦軸に１あたり量、横軸に１皿分３個のタイルを取る。リンゴ１個がタイル１枚。

続いて、図のように２皿分３個のタイル、そして３皿分４皿分５皿分の各３個のタイル描き加え、５皿分が終わると３×５のタイル図ができあがる。



ｉ　上図は、授業者がPC等を用いて１皿から５皿まで、次々に付け加わるように提示していき、１皿ごとにリンゴが３個ずつ増えるよう進める。

ⅱ　子どもには最初から、５皿分の完成した形のタイル図を描かせる。

ⅲ　作成のタイル図は１皿分３個ある５皿分のタイル全部を数え足しすると１５個あり、上記①のイの３×５＝□の□が１５となり、全体量となる。

ⅳ　５皿分のタイル図は、１つの皿に３個のリンゴが５皿分のっているとイメージすることができる。

③　かけ算とは

ア　かけ算は、①②から、つぎのようにまとめる。教科書でもほぼ同様。

３個ずつ５皿分で１５個になります。

このことを式で「３×５＝１５」と書いて、３かける１５と読みます。

３×４や３×５のような計算を**かけ算**といいます。

１皿にのせるリンゴの数３個を**１あたり量**といいます。

リンゴ３個ずつがのっているお皿の数５皿を**いくつ分**といいます。

求めることができたリンゴ全体の数１５個を**全体量**といいます。

イ　かけ算の式･乗法の式

かけ算の式は次のように表す。

１あたり量×いくつ分＝全体量

かけ算は、１あたり量に当たる数といくつ分に当る数が示され、全体量を求める計算になる。

ウ　かけ算九九の暗記を

かけ算の１の段から９の段までの全体量をタイル図等で求め、九九表を完成したら暗記すること。かけ算になる、それではタイル図となると時間が多く必要になる。

暗記して自在に九九を用いることができれば、２桁の数のかけ算や３年生で学ぶ割り算の学習においても自力で学習を進めることができる。さらに、日常の生活でも活用できて大変便利である。必ずかけ算九九を暗記すること。

３．割り算とタイル図の表現・作成

（１）割り算はかけ算の逆算

①　割り算とかけ算の算法の対象は同じ３種の量

ア　かけ算と割り算は逆算関係

割り算とかけ算は逆算関係の間柄である。

かけ算は１あたり量といくつ分の数量をかけることで全体量を求める計算である。

一方、割り算は全体量を等しく割る、分ける計算で、等しく割る分ける数量が１あたり量かいくつ分かのどちらかの数量になる。

このように割り算とかけ算は、割るかけるの演算の違いがあっても、演算の対象となる３つの量は同じであり、逆算の関係にあるといえる。

イ　求める量によって演算が決まる

１あたり量、いくつ分、全体量の３量において、何れの量が未知の量・求める量になるかでかけ算するのか割り算にするのかが決まる。加法と減法の関係と同様である。

②　割り算は全体量を等しく割る分ける数量が２種類

割り算の計算には全体量を割る分ける数量が２つあり、その除法が次の通りである。

ⅰ　**等分除**→全体量をいくつ分で等しく分け１あたり量がいくつあるかを求める
割り算の計算→**１あたり量＝全体量÷いくつ分**

ⅱ　**包含除**→全体量の中に１あたり量で等しく分けるいくつ分がいくつ含まれているかを求める割り算の計算→**いくつ分＝全体量÷１あたり量**

（２）割り算のタイル図の作成

①　タイル図作成の基本的な考え

タイル図の作成は、基本的にはかけ算と同じである。縦軸は１あたり量を位置づけ、横軸はいくつ分を位置づけるが、等分除と包含除を求める計算で求める考え方は同じであるが進め方に違いがある。それは次に示す事例で説明を進める。

②　１あたり量を求める割り算・等分除

事例からタイル図の作成を進める。

ex)「リンゴが１５個あります。５つのお皿に同じ数のリンゴを残さずのせます。一つのお皿に何個のリンゴをのせればよいでしょうか。」

ア　等分除のタイル図の作成

ⅰ　示されている数量と未知の数量から、かけ算の式に当てはめる

明示の数量は、全体量のリンゴ１５個といくつ分である５つのお皿。

未知の量が１あたり量で１つのお皿にのせるリンゴの個数で□で表す。

かけ算の式に表すと次のようになる。

1あたり量×いくつ分＝全体量

□×いくつ分＝全体量

□×5皿＝15個　となり、3－（1）－①－ｉより

□＝15÷いくつ分・5　となる

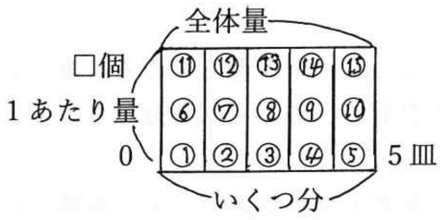
ii　**タイル図の作成**

ｉ）縦軸に1あたり量（1皿にのせるリンゴ□個の数）を取る。

横軸にいくつ分（リンゴ□個ずつ等分し、5皿にのせて□個を求めるの5つの枠）の枠を取る。

ii）全体量の15個を5皿の枠を作る5で等分する →15個を1個づつ5つの枠図のように順次入れる。

リンゴ15個　①②③④……⑫⑬⑭⑮



＊　15を5で等分できるかどうか分からない。そこで、15個のリンゴを1個ずつ5つの枠に順次入れることを繰り返す。1個余れば、その1個を5等分できる数量にし、5つの枠に5等分した量を入れ、全体量を5等分できるようにする。

iii）図のように、15個のリンゴが5つのお皿、各枠に**等分されて3個ずつ入り・のっていることが分かる。**あまるリンゴもなし。

よって、上記ｉより　□＝15÷5の□が3となり、15÷5＝3と分かる。

③　**いくつ分を求める割り算・包含除**

事例からタイル図の作成を進める。

ex)「リンゴが15個あります。その15個のリンゴを1つのお皿に3個ずつのせます。お皿をいくつ用意すればよいでしょうか。」

ア　**包含除のタイル図の作成**

ｉ　**示されている数量と未知の数量から、かけ算の式に当てはめる**

明示の数量は、全体量のリンゴ15個と1あたり量に当たる1つのお皿にのせるリンゴ3個。未知の量は、1つのお皿に3個のリンゴをのせるのにお皿をいくつ用意すればよいかのいくつ分になる。用意するお皿の枚数の個数を□で表す。

かけ算の式に表すと次のようになる。

1あたり量×いくつ分＝全体量

3×□　　　＝全体量

3×□　　　＝15個　となり、3－（1）－①－ｉより

□＝15÷1あたり量・3　となる

ii　**タイル図の作成**

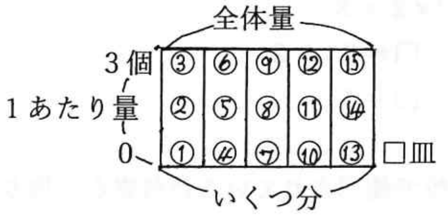
ｉ）縦軸に1あたり量（1皿にのせるリンゴ3個）の3個分を取る。

横軸にいくつ分（15個のリンゴを1皿に3ずつリンゴのせることのできる□枚のお皿を□枚数分の枠）を取るがいくつになるか、1皿ずつ順次枠を取る。

ii）全体量の15個を1皿3個のリンゴ3を束にして等分する→15個を3個の束

ずつ、3個の束が終わるまで図のように順次入れる。

リンゴ15個　①②③　④⑤⑥……⑬⑭⑮



＊　15個を3個ずつの束にする。題意から余りが出ることはあり得ない。もし1個でもリンゴが余れば、3個ずつで5皿用意でき、リンゴが1個余りました。ということになる。

ⅲ）図ように、15個のリンゴを3個ずつ1つめのお皿、続いて2皿め、3皿め、4皿め、5皿めまで3個ずつのリンゴをのせることができ、余るリンゴなし。

よって、上記ｉより　□＝15÷3の□が5となり、15÷3＝5と分かる。

（3）割り算とは

①　割り算とは

割り算は、（1）（2）より、次のようにまとめる 。教科書でもほぼ同様。

15個のリンゴを5つのお皿に同じ数ずつ分けると1皿分は□個になります。

このことを式で「15÷5＝3」と書いて、15わる5は3と読みます。

15÷5＝3

15÷5　のような計算を**割り算**といいます

②　15÷5の割り算の式をかけ算の式に当てはめる

「15個のリンゴを5つのお皿の上に同じ数ずつ分けると1皿分のリンゴは□個なります。」

ア　示されている量は、いくつ分と全体量で、未知の量が1皿にのせるリンゴの数

1皿にのせるリンゴの数□個を**1あたり量**で、求める数で□個とする。

リンゴ□個ずつがのっているお皿の数5皿が**いくつ分**になる。

リンゴ全体の数15個は**全体量**である。

イ　かけ算の式

かけ算の式に①と②ーアを踏まえて1あたり量、いくつ分、全体量を当てはめる。

1あたり量×いくつ分＝全体量

□×いくつ分＝全体量

□=全体量÷いくつ分

割り算は、全体量が必ず示され、そして1あたり量といくつ分を求める計算で、

割り算はその示される2つの量による「1あたり量＝全体量÷いくつ分」、「いくつ分＝全体量÷1あたり量」の算法から、「1あたり量」と「いくつ分」を「全体量」を等分して解･答えを求める計算になる。

ウ　割り算の解はかけ算から

割り算の解は、かけ算によって求められることを1あたり量×いくつ分＝全体量に当てはめることによって求めることになると捉えている。

例えば、□＝15÷3，□＝12÷4、□＝8÷2は、「1あたり量」か「いくつ分」かを全体量を等分して解を求めます。

かけ算の式とタイル図を基に求める問題を3題～5題取り組めば、帰納的な論理・見方をによって子どもが割り算の解は、**かけ算**になる、とまとめる。まとめることに

戸惑いがあれば、３題～５題の解を求め、その求め方に共通していることに目を向けさせる活動を取り入れる。

□×３＝１５　　４×□＝１２　　□×２＝８

□＝１５÷３、　□＝１２÷４、　□＝８ ÷２

□＝５、　□＝３、　□＝４

４．小数のかけ算と割り算

小数のかけ算、割り算の事例は吾妻郡内の小学校で使用されている教科書から取り上げた例である。

（１）小数のかけ算

① 整数×小数（小５年生）

ex)「１mのねだん３０円のリボンを２．３m買います。代金はいくらですか。」

ア　かけ算の式に当てはめる

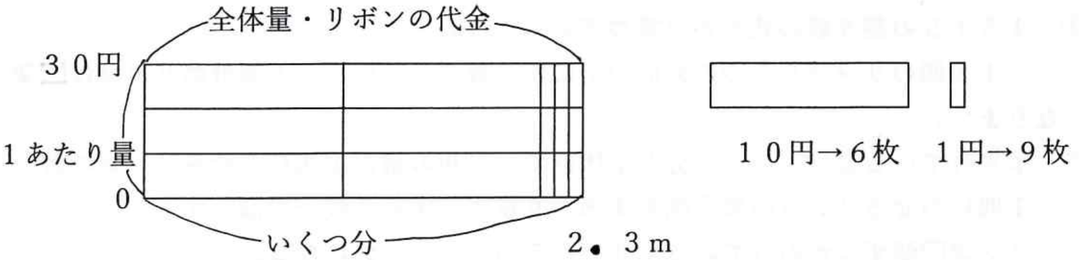
１あたり量→１mのねだん３０円、いくつ分→リボン買う長さ２．３m、

全体量→求める代金・未知の量・□円

１あたり量×いくつ分＝全体量→３０円×２．３　m＝リボンの代金□円

イ　３０×２．３のタイル図の作成

i　縦軸に１mののねだん３０円、横軸に買うリボンの長さ２．３mを取るタイル図



ii　タイル図より

i）１０円のタイルが６枚、１円のタイルが９枚

ii）１０×６＋１×９＝６９

よって、３０×２．３＝６９

iii　リボンの代金□円が

３０×２．３＝□のリボン２．３m分の代金が　６９円

ウ　計算は

i　筆算計算（小数点なしとみて）

子どもはタイル図と

１あたり量×いくつ分＝全体量から

３０×２．３＝（３０円×２＋１円×９）

＝６０＋９

から右の筆算計算を行うことができる。

```
   ３０
  ×２３
  ─────
   ９０
  ６０
  ─────
  ６９０
```

ii　３０×２．３等の計算問を３題～５題取り組めば、計算の進め方、小数点の付ける位置を子どもが求めてくると考える。

② 小数×小数（小５年生）

ex)「１mの重さが１．８kgのぼうがあります。この木のぼう４．２mの重さは何kgですか。」

ア　かけ算の式に当てはめる

1あたり量→1mの重さが1．8kg、いくつ分→ 木のぼう4．2mの重さ□kg
全体量→求める木4．2mのぼうの重さ・未知の 量·□kg
1あたり量×いくつ分＝全体量→1．8kg×4．2m＝木のぼうの重さ□kg

イ　1．8×4．2のタイル図の作成

i　縦軸に1．8kg、横軸に4．2mとなるタイル図の作成

ii　タイル図より各タイル大きさにより重さが次のようにわかる。

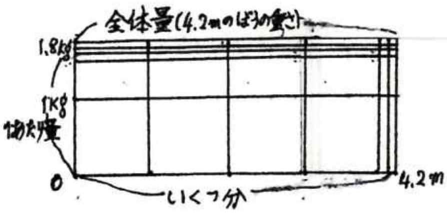
i）□が4個で4kg

ii）□が4個で0．5＋0．5＋0．5＋0．5
＝2kg

iii）□が12個＋2個で14個　0．1＋0．1
＋……＋0．1＝1．4kg

iv）□が2個で0．05＋0．05＝0．1kg

v）□が6個で0．01＋……＋0．01＝
0．06kg



vi）i）＋ii）＋iii）＋iv）＋v）＝7．56kg

ウ　計算では

i　筆算計算（小数点なしとみて）

子どもは、タイル図を踏まえてかけ算の式に当てはめて、「1あたり量×いくつ分＝全体量」から、1．8×4．2＝□と立式する。

そして右のような筆算によって756の解を求める。

ii　1．8×4．2のような問題を3〜5題ほど、かけ算の式及びタイル図を用いての計算に取り組めば、子どもが帰納的に筆算計算の仕方、小数点の付ける位置を見つけ出す。

iii　子どもの誰かが「何だ　こうにすればいいんだ」などの発言があれば、全員の子どもにその考え方が伝播する、と捉える。

```
  18
×42
  36
 72
 756
```

（2）小数の割り算

①　整数÷小数（小5年生）

ex)「リボン0．6mの代金が48円でした。このリボン1mのねだんはいくらですか。」

ア　かけ算の式に当てはめ、割り算の式に

1あたり量→1mのねだん・未知の量□円、いくつ分→リボンを買う長さ0．6m、全体量→リボン0．6mの代金48円

1あたり量×いくつ分＝全体量

□円×0．6m＝リボンの代金48円

□円＝リボンの代金（48円）　÷いくつ分（0．6m）

イ　□円×0．6mのタイル図を作成

i　縦軸に□円、横軸に0．6mのタイル図

上記アのように、かけ算の式を基に□を求める割り算の式に

□m／円×0．6m＝48円

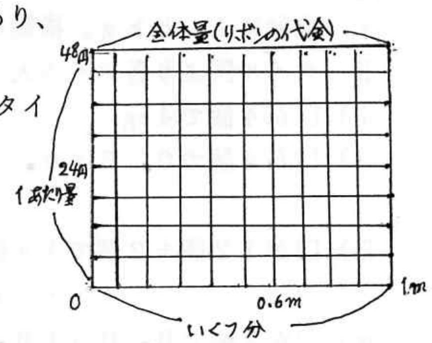
ii　タイル図の作成

ｉ）縦軸に１あたり量（１ｍの値段）、横軸にいくつ分（リボンの長さ）を取る。

ii）１あたり量･１ｍの値段を求めるために、４８ 円を０．６ｍの６で等分する。
４８円を１円ずつに分け１回ずつ、順次０．１の枠で６等分した各枠に入れる。

iii）１円が各枠に８個入り、８円になる。

iv）０．１ｍの枠･１枠には１円のタイルが８枚あり、その枠が１０枠あるから、８円×１０となる。
１あたり量である１ｍが８０円であることをタイルル図が示す。
よって、 １ｍでは８０円となる。



ｖ）□＝８０円

ウ　計算では

ｉ　筆算計算（小数点なしとみて）

子どもは、タイル図を踏まえてかけ算の式に当てはめ、「１あたり量×いくつ分＝全体量」と、□×０．６＝４８の式から、

□＝４８÷０．６　と 割り算の式にする。

そして右のような筆算により８０円の解を求める

```
        8
０．６）４８
   -）４８
        0
```

これを図から見ると
８→８０円
０．６→６となる。

ii　４８÷０．６のような問題を３～５題ほどかけ算の式及びタイル図を用いての計算に取り組めば、子どもが帰納的に筆算計算の仕方、小数点の付ける位置を見つけ出す、と見る。

iii　子どもの誰かが「何だこうに考えればいいんだと」発言すれば、全員の子どもにその考え方が伝播すと捉える。

② 小数÷小数（小５年生）

ex)「長さ１．２ｍの木のぼうがあります。重さをはかったら８．４ｋｇでした。
この木のぼう１ｍの重さは何kgですか。」

ア　かけ算の式に当てはめ、割り算の式に

１あたり量→１ｍの重さ・未知の量□ｋｇ、いくつ分→木のぼうの長さ１．２ｍ、全体量→木のぼうの重さ８．４kg

１あたり量×いくつ分＝全体量

□ｋｇ×１．２ｍ＝木のぼうの重さ８．４ｋｇ

□kg＝木のぼうの重さ（８．４kg）÷いくつ分（１．２ｍ）

イ　□ｋｇ×１．２ｍのタイル図を作成

ｉ　縦軸に１あたり量･□ｋｇ、横軸にいくつ分・１．２ｍを取る。
上記アのように、かけ算の式を基に□を求める。

□ｍ／ｋｇ×１．２ｍ＝８．４ｋｇ

□＝８．４÷１．２　と割り算にする

ii　８．４÷１．２のタイル図の作成

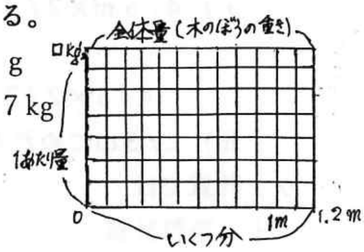
８．４を１．２の１２で等分する。

すなわち、８．４を０．１の枠を１２作り、その各枠に０．１を１個ずつ順次入れる。

0.1Kgが84個できる。その0.1を12の枠に順次1個ずつ入れる。84個が終わるまで入れ続ける。
子どもの中には、0.5を12の枠に入れ、残った24個を1個ずつ、あるいは2個ずつ入れるかも。
それもよし。

8．4は0．1が84個ある。タイル1枚□が0.1kg

ⅲ　タイル図から1mの枠の中に0、1kgが10個入っている。



0．7＋0．7＋0．7＋……＋0．7＋0．7＝7kg

よって　1あたり量にあたる1mの長さのぼうの重さは7kg

ⅳ　□＝7kg

ウ　計算では

ⅰ　筆算計算（小数点なしとみて）

子どもは、タイル図を踏まえてかけ算の式にあてはめて、「1あたり量×いくつ分＝全体量」と、□×1．2＝8．4の式から、□＝8．4÷1．2の立式に。そして右のような筆算によって7kgの解を求める。

ⅱ　8．4÷1．2のような問題を3～5題ほど、かけ算の式及びタイル図を用いての計算に取り組めば、子どもが帰納的に筆算計算の仕方、小数点の付ける位置は「こうになる」と、気が付く。

ⅲ　子どもの誰かが「何だこうに考えればいいんだ」の発言があれば、全員の子どもにその考え方が伝播すると捉える。

8．4÷1．2を筆算で

```
        7
1．2）8．4
   -）8 4
        0
```

```
      7
1 2）8 4
 -）8 4
      0
```

と計算できる

5．分数のかけ算と割り算

分数のかけ算、割り算の事例は吾妻郡内の小学校で使用されている教科書から取り上げた例である。

（1）分数のかけ算

① 分数×分数（小6年生）

ex)「1dlで4/5㎡の板をぬれるペンキがあります。このペンキ2/3dlでは何㎡の板をぬれますか。」

ア　かけ算の式に当てはめ、割り算の式にする

1あたり量→1dlで4/5㎡の板をぬれるペンキ、いくつ分→ペンキ2/3dlで何㎡の板がぬれるか、全体量→ぬれる板の広さ・未知の量　・□㎡

1あたり量×いくつ分＝全体量→4/5㎡×2/3dl　＝ぬれる板の広さ□㎡

イ　4/5㎡×2/3dlのタイル図の作成

ⅰ　縦軸に1あたり量（1dlでぬれる広さ・4/5　㎡）、横軸にいくつ分（ぬれるペンキの量・2/3dl）を取り、2/3dlでぬれる 板の広さを求めるタイル図。

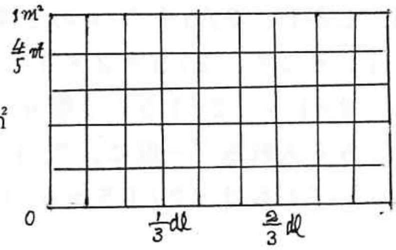
ⅱ　2/3dlでぬれる板の広さを求めるために、48円を1円ずつに分け1回ずつ、順次0．1の枠で6等分した各枠に入れる。

ⅲ　タイル図より、各タイルの広さを次のように捉えることができる。

ⅰ）タイル□が1個で1/15㎡

ⅱ）タイル□が12個で12/15㎡＝4／5㎡

ⅲ）タイル□が8個で8/15㎡



ⅳ　タイル図とⅲから次のことが捉えられる

ｉ）４/５㎡×２/３dl ＝ぬれる板の広さ□㎡

＝８/１５㎡から、

４/５×２/３＝８/１５と分数のかけ算の解を求めることができること。

ⅱ）２/３dlでぬれるペンキの量が４/５㎡であること。

ウ　計算では

ｉ　筆算計算

子どもは、タイル図を踏まえてかけ算の式にあてはめて、「１あたり量×いくつ分＝全体量」と、４/５×２/３の式から、８/１５と想定するだろう。

ⅱ 想定したことを確認するために、４/５×２/３のような問題を３～５題ほど、かけ算の式及びタイル図を用いての計算に取り組めば、子どもが帰納的に筆算計算の分母同士と分子同士を掛けた数値が、分数同士のかけ算の解になる「こうになる」と、気が付く。

ⅲ　子どもの誰かが「何だこうに考えればいい」などの発言があれば、全員の子どもにその考え方が伝播すると捉える。

ⅳ　その計算の進め方は、タイル図と上記イのⅲから次のような考え方によって説明することができる。

ｉ）１あたり量×いくつ分＝全体量を基にする。

ⅱ）１あたり量は、１/３dlで、ぬれる広さは、４/１５㎡となる。

いくつ分は、２/３dlで１/３dlの２倍の２つ分の２になる。

ⅲ）ｉ）とⅱ）から　４/１５㎡×２と立式でき、で４×２/１５＝８/１５となる。

（２）分数の割り算

①　分数÷分数（小６年生）

ex)「３/４dllで２/５㎡の板をぬれるペンキがあります。このペンキ１dlでは何㎡の板をぬれますか。」

ア　かけ算の式に当てはめ、割り算の式にする

１あたり量→１dlでぬれる板の広さ･未知の量・□㎡、いくつ分→ペンキ３/４dlで何㎡の板がぬれるか、全体量→ぬれる板の広さ・２/５㎡

１あたり量×いくつ分＝全体量→□㎡×３/４dl ＝ぬれる板の広さ２/５㎡

□㎡＝２/５㎡÷３/４dl　と立式。

イ　２/５㎡×３/４dlのタイル図の作成

ｉ　縦軸に１あたり量（１dlでぬれる広さ・□ ㎡)、横軸にいくつ分（ぬれるペンキの量・３/４dl）を取り、３/４dlでぬれる 板の広さをさを求めるタイル図

ⅱ　３/４dlでぬれる板の広さ□を求めるために、２/５㎡の２/５を３/４の１/４枠の３つに等分できる数を入れる。

ⅲ　しかし、２/５を３/４の３枠入れる３等分ができない。

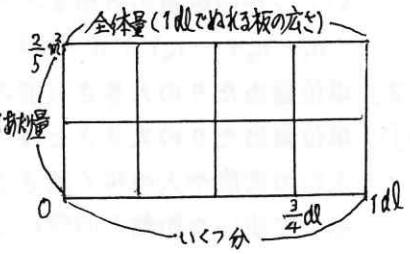
ｉ）そこで、２/５＝２×３/５×３＝６/１５にする。そうすると、２/１５，２/１５，２/１５と３等分できる。３つの枠に順に１/１５を入れ、続いて１/１５を入れる（一度に、２/１５を入れても結果は変わらない)。

ⅱ）子どもは、２/１５＝６/１５にすることは

既習事項なのでできる。

ⅳ　タイル図から次のことを捉えることができる。

ⅰ）1/15dlが2/5㎡を6等分、
6/15dl＝2/5dl



ⅱ）1dlでは1/15dlのタイルが8個あり、1dlでぬれるペンキの量は8/15dlと分かる。
よって1/15×8＝8/15㎡になる。
□＝8/15㎡

ⅲ）ⅰ）ⅱ）より、2/5÷3/4＝8/15

ウ　計算では

ⅰ　筆算計算

子どもは、タイル図を踏まえてかけ算の式にあてはめて、「1あたり量×いくつ分＝全体量」と、2/5÷3/4の式から、8/15と想定するだろう。

ⅱ　想定したことを確認するために、2/5÷3/4のような問題を3～5題ほど、かけ算の式及びタイル図を用いての計算に取り組めば、子どもが帰納的に筆算計算の割る数の分母と分子を入れ替えて、分母同士と分子同士を掛けた数値が、分数同士の割り算の解「こうになる」と、気が付く。

ⅲ　子どもの誰かが「何だ、こうに考えればいいん」などの発言があれば、全員の子どもにその考え方が伝播すると捉える。

ⅳ　その計算の進め方は、タイル図と上記イのⅲ、ⅳ等から次のような考え方によって説明することができる。

ⅰ）1あたり量×いくつ分＝全体量を基にする。

ⅱ）1あたり量は、1/4dlで、ぬれる広さで、2/15㎡となる。
いくつ分は、1dlであり1/4dlの4つ分で4になる。

ⅲ）ⅰ）とⅱ）から　2/15㎡×4と立式でき、2×4/15＝8/15となる。

2×3＝6と同様に、2×4/15＝8/15を、2＝6÷3と割り算にし、3×2か2×3から割り算の解・2を求める（3）6か2）6から）ことから、次のように進めることができる。

2×4/15＝2/15×4＝8/15→2／15＝8/15÷4＝8÷4/15＝2/15→8/15÷4→÷4は×1/4であり→8/15×1/4となる。

このことから、分数同士の割り算は、割る数を逆数にしてかけ算にする計算の進め方でよい、と分かる。

（＊　1あたり量は、1dlで、ぬれる広さで、8/15㎡となる。
いくつ分は、1dlで1なる。
＊　ⅰ）とⅱ）から　8/15㎡×1と立式でき、8/15×1＝8/15となる。）

6．平均、混み具合・密度、速度、割合等

平均、混み具合・密度、速度、割合等は、求める考え方に違いはあるが、何れもかけ算の式を根底にして除法の算法を用いている。

（1）平均

①　平均とは

いくつかの数量の各値が同じ数値であるとしての数値。

② 平均の求め方

いくつかの数量の数値を次のような求め方で平均の値として求める。

$(n_1 + n_2 + \cdots n_n) \div n$ ＝平均（平均＝合計÷個数→１あたり量＝全体量÷いくつ分）

（２）単位量当たりの大きさ（混み具合･密度、速度等）

① 単位量当たりの大きさとは

人口の密度や人の歩く速さなどは１つの量だけでは他と比べることができない。

そこで歩いた距離と時間のように、異種の２つの量を組み合わせて単位量当たりの大きさを見出し数値化した量で、他と比較することを可能にした量である。

② 混み具合･密度とその求め方

ア 混み具合･密度とは

混み具合･密度とは、異種の２量の割合による数値を求め、A町とB町ではどちらが混んでいる、人口が密集しているかの判断基準にできる数値である。

イ 混み具合･密度の求め方

異種の２量（人数と広さ）の割合による数値の求め方の式は次の通りである。

混み具合･人口密度＝人数÷広さ（１あたり量＝全体量÷いくつ分）

③ 速度

ア 速度とは

速度･速さとは、異種の２量の割合によって数値化し、列車と自動　　車はどちらが速いかをを判断できる数値である。

イ 速度の求め方

異種の２量（距離と時間）の割合による数値の求め方の式は次の通りである。

速度＝走行した距離÷走行した時間（１あたり量＝全体量÷いくつ分）

（３）割合

ア 割合とは

１回行うときに成功する可能性（割合･確率）を数値で示し、他と比較する判断基準にできるとする考え方である。

「単位当たり量の大きさ」と考え方は同じであるが、与えられる２つ数値が同種であって異種でない違いがある。

イ 割合の求め方

ⅰ 基準を設けるから比較できる

割合が示す数値は、基になる数値を１と見立てて比べる基準を設定する。

ⅱ 基準を示す１は

基準を示す１は、１回行うときに成功する可能性を示す割合の基になる数値で、その１から捉えた比べる数値を割合として求めることになる。

ⅲ 割合の求め方

比較する基になる数値を１とするのは、比べる数値･割合が１となれば１回行うときの可能性が１００％になることを示す。また、比べる数値の割合が０、４となれば、１回行うときの成功の可能性が４０％であることを示す。

割合＝比べる数÷基になる数（１あたり量＝全体量÷いくつ分）

（4）乗除の算法と平均、混み具合･密度、速度、割合に通底する概念

乗除の算法と平均、混み具合･密度、速度、割合等に通底する概念があり、その根拠を次ぎのように考える。

① 通底する根底の概念

これまでの記述のように、根底の概念は、「1当たり量×いくつ分＝全体量」（1あたり量〈いくつ分〉＝全体量÷いくつ分〈1あたり量〉であるかけ算の式である。

② 子ども自身が根底になる概念が通底していると気づき分かる半具体物

ア 子ども自らタイル図を作成することが通底する根底を認識する要件

根底の概念が、かけ算の式「1あたり量×いくつ分＝全体量」で通底していることを、子ども自身が考え、そして目で見て分かることへと機能させる半具体物であるタイル図を学びに取り入れ、子ども個々がタイル図を作成する活動に取り組むことが要件になる。

イ 何故半具体物なのか

これまでの記述のように子どもの誰もが、かけ算から割り算へ、そして平均、混み具合など除法の算法によって解決する学習内容の学びの全てに共通する半具体物・タイル図だからである。そのタイル図を子どもの誰もが作成する体験活動に取り組むことが、子どもの誰もが分かる分かったの体験の学びになると考えるからである。

ウ タイル図作成の体験は子どもが考えと目で確かめるを一体化する学びに

分かる体験の学びは、子どもの誰もがかけ算の式に基づいたタイル図を作成し、そのタイル図のタイルの数から、かけ算の算法の在り方を学ぶ。

その学び方を逆にする考え方でかけ算の式を基に割り算の算法の在り方を求めて、自分で考え、その考えに沿って自分の手でタイル図作成に着手する。子どもの誰もが、全体量のタイルの分け方を考える、及び分けたタイル数の適否を手を使用し目で見て確かめ、そして作成したタイル図から割り算計算の進め方を捉え認識する体験的な活動に取り組める学びを行う。

エ かけ算割り算の共通する事柄

かけ算、割り算は共通する3つの量による算法である。その算法は、3量のうちどの量が求める量･未知の量になるかによって決まる。

かけ算は、半具体物であるタイル図作成を通して、1あたり量をいくつ分累加する操作を行い、タイルの数を数え全体の量を求める、

割り算は、逆に全体量をいくつ分の数で等分できる量による累減の操作を行い、等分した1つの量、1あたり量（いくつ分）を求める。割り算も頭で考え手を使い、そして目で見て図が全体量を等分した各量が、いくつ分の各々に等分した量のタイルの枚数を数え、1あたり量（いくつ分）としての適否を確かめる体験に取り組めることが子どもには**割り算も分かる学びに子ども自身がしている**、と考える。

かけ算、割り算の核は、かけ算の式とそのかけ算の式に基づいて累加するタイル図と累減によるタイル図の作成である。子どもの誰もができる学習活動であるが、子どもの誰もがタイル図を作成する活動に取り組める能力を育むことも核になる。

③ 混み具合、速度、割合等の3量の認知について

ア 認知できる拠り所

認知できる拠り所は、かけ算の式であり、かけ算の式から未知の量を求めるためにそのままかけ算の式に示されている量を当てはめることと、かけ算の式から割り算の式に変えて示されている量を当てはめることとがある。かけ算と割り算の算法に限られるが、かけ算の式に示される２量を当てはめることが始まりになる。

イ　２量を把握するために示されている２量と□をかけ算の式に当てはめる

示されている２量の数値と未知の量を□で表し、かけ算の式に当てはめる。

かけ算であれば、１あたり量×いくつ分＝□･全体量となる。

割り算であれば、かけ算の式□×いくつ分＝全体量（１あたり量×□＝全体量）→□＝全体量÷いくつ分（□＝全体量÷１あたり量）と割り算の式に表す。

ウ　２量を把握するために２量と□を当てはめたかけ算の式として妥当性を

２量と□を当てはめたかけ算の式が、２量の数値と□の関係が成る程と、得心できるかで２量と□の関係を質す見方で式と当てはめた３量を見直す。

ex）A君が町の少年野球大会の１回戦の試合で、５回打席が回ってきて２回ヒットを打ちました。５打数２安打のA君の打率を数字で表してみよう。

解〉かけ算の式に３つの量を当てはめ、打率を求めることから割り算の式に。

１あたり量×いくつ分＝全体量→１あたり量＝全体量÷いくつ分

１あたり量が求める打率で未知の量、示されている打席数とヒット数の２量はどちらがいくつ分で全体量になるか。打席数がヒットを打つために必要とした量、ヒット数が求める打率の全体の量、の見方から次のような式を考える。

打率＝全体量÷いくつ分→打率＝２÷５となる。もし、５÷２とすれば、打率が２５割となってあり得ない、などの自分で修正できる見方を大切に育むこと。

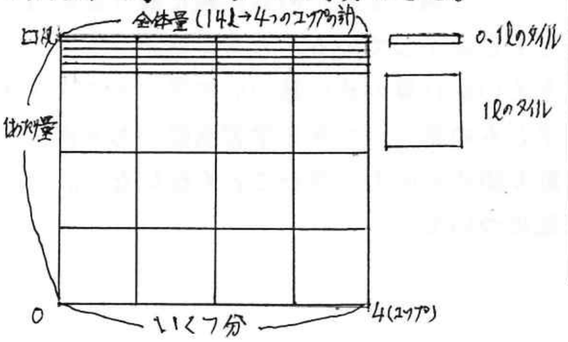
７．タイル図作成の事例

ex）１４lのジュースを４つのコップに等分します。1つのコップは何リットルなりますか。

解〉かけ算の式から□＝１４÷４の式に

i　１４lのジュースを４つのコップに等分する。1lが１４個ある。下図のように、その1lを順次÷４の４つの枠に順次入れる。2l余る。

ii　その2lを４等分できるかの懸念があるが０. 1l が２０できる。その０. 1lを４つの枠に順次入れると各枠に５個ずつ入り、余りなし。よって1lが３個、０. 1lが５個ずつ入り、３. ５lずつに等分できる。



ex）A君は町の野球大会の１回戦で５打数２安打でした。A君の打率を求めよう。

解〉かけ算の式から□＝２÷５の式に

i　ヒット２を打数の５の枠に等しく分け入れる。しかし２を５等分できず。

ii　そこで、２を５つの枠に等しく入れられる０. １を２０作り、入れる。

iii　０. １を各枠に順次入れると各枠に０. １が４個ずつ入り、余りもない。

iv　□＝２÷５の□が０. ４となる。

よってA君の打率は４割となる。

ア. □は0.1本のヒット数

イ. 1打席で0.4本打つ可能性があること。

ウ よってA君の打率は4割

（タイルの枚数は20、0.1×20＝2本のヒット数）

---

ex）3打数1安打となると、3つの枠にヒット1本を3等分していれる。$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$

| $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | となって $\frac{1}{3}$ →3割3分3厘