乗除計算を学ぶ一つの在り方－２

2023、8、20 小林靖能

１．子ども個々が育み培う資質･能力

本論の乗除計算のねらいは、子どもが下記の学習内容の学びにおいて、「１あたり量×いくつ分＝全体量」を基底にしていることを学び取り、（１）～（4）の資質・能力を子ども個々が育み培うことができると考えての論である。

小２年の「かけ算」、小３年の「割り算」、小3年～6年の「整数、小数、分数」の「乗除計算」、小５年の「平均、混み具合、速度、割合」、及び小６年の「比」の学習内容等々。

（１）算数の学習が好きにすること

子どもの誰もが、かけ算･割り算の学習が「**分かる　できる**」の体験を得ることによって算数の学習が好きになること。

（２）子どもが乗除計算を「分かる･できる」学びにできる半具体物を活用できること

子どもの誰もが自力で次の４つの資質･能力を育み培うこと。

① 「１あたり量×いくつ分＝全体量」を半具体物（タイルとタイル図）を用いてタイル図に表現･作成できること。

② ①のタイル図の作成に当たっては、子ども個々が自身で考え、考えたことを図に表現し、その図と考えたこととが結びつくかどうかを目で確かめることができること。

③ ①②の活動に取り組むことを通して、**かける・割る**の計算の考え方、及び計算の在り方を他者に説明できる認識を形成できること。

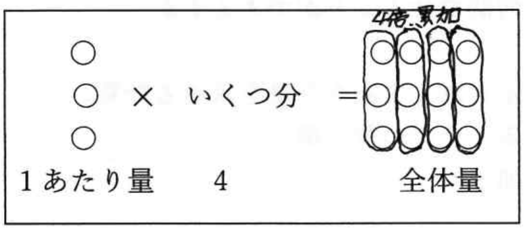
④ ①②③の学びの過程、認識形成の過程は、**かけ算・割り算**を逆算関係である捉えるとともに、一つの演算として弁識できること。

（３）かけ算･割り算の１あたり量、いくつ分、全体量とタイル図を一体化できること

かけ算･割り算の計算の対象とする量は、「１あたり量」と「いくつ分」と「全体量」の３つの量であり、その３つの量を表現、作成するタイル図とが下記の①～④のように一体化でき、（２）のような資質･能力を育み培うことができること。

① かけ算と全体量を求めるタイル図

かけ算は、「１あたり量」を「いくつ分」倍して（「いくつ分」だけ累加して）、「全体量」を求める計算。求める式は、１あたり量×いくつ分＝全体量である。



かけ算は、１あたり量といくつ分の数量が示される。

求める全体量は、１あたり量の**４つ分倍**あるいは**４回累加**させての全体の量を求める計算になる。

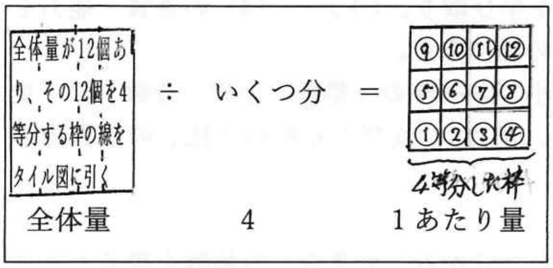
② 割り算と１あたり量を求めるタイル図

割り算は、「全体量」を「いくつ分（１あたり量）」で等しく分け、「１あたり量（いくつ分）」を求める計算で、**全体量を等しく分ける計算**。求める式は、全体量÷いくつ分（１あたり量）＝１あたり量（いくつ分）である。

すなわち、全体量を１つ・１個ずつ「いくつ分」の「いくつ」に応じて等しく分け配り（累減）、全体量が０になるまで続け、「いくつ」に分けた各１つ分に配布され

た量・「１あたり量」を求める計算。

１つ・１個ずつ分け配るが、全体量の残りが「いくつ」に１個ずつでは等しく分け配ることができなければ、１個を１／１０にする０、１個、あるいは０、０１個、１／３，１／７……などを単位にして等分し分け配ることになる。



割り算は、全体量といくつ分（１あたり量）が示される。

求める１あたり量は、全体量をいくつ分の４で４等分し、各１つに１個ずつ順次分け配る、累減を続ける。全体量が０になるまで分け配る累減を続ける。

③　かけ算とタイル図

「１つのお皿にイチゴが３個のっています。お皿は４皿あります。イチゴは全部で何個あるでしょうか。」

ア　かけ算

かけ算は、１あたり量といくつ分の２量が示され全体量を求める計算。

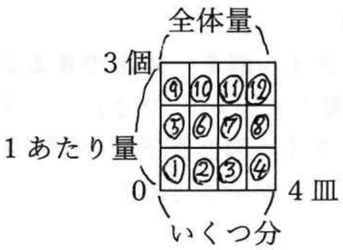
１あたり量→１つのお皿のあるイチゴの数３個

いくつ分　→３個のイチゴがある４皿

全体量　　→○・未知の量

イ　全体量を求めるかけ算の式→１あたり量×いくつ分＝□・全体量

ウ　３個/皿×４/皿＝「全体量」(3×4＝□) を求めるタイル図



i　左のタイル図は、○が１個のイチゴを表す。

ii　１あたり量（１皿のイチゴの数３個）をいくつ分・４倍して(イチゴがある全部の皿の４皿分を累加)、イチゴ全部の個数を表した図。

iii　イチゴ全部の個数は、１個が○で１２個となる。よって、３×４＝１２となる。

④　割り算とタイル図－①（等分除）

「イチゴが全部で１２個あります。お皿は４皿あります。１つのお皿に同じ数ずつのイチゴをのせます。１つのお皿にイチゴは何個のせることができますか。」

ア　割り算

この割り算は、全体量といくつ分の２量が示され、１あたり量を求める計算。

１あたり量→未知の量・１つのお皿にのせるイチゴの数□個

いくつ分　→□個のイチゴがのせてある４皿

全体量　　→イチゴ全部の数１２個

イ　かけ算の式から割り算の式に

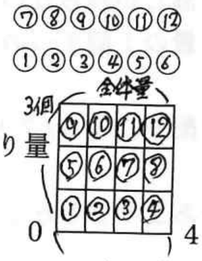
かけ算の式に、未知の量□といくつ分・４皿と全体量１２個を当てはめる。

その式から　□＝全体量÷いくつ分　の割り算の式にする。

□（１あたり量）×いくつ分・４皿＝全体量・１２個　のかけ算の式である、□×４＝１２の式から、□求める割り算の式にする。

割り算は、全体量をいくつ分で等分する計算で、割る「÷」の記号を用いて次のように表す。□＝全体量÷いくつ分→□＝１２（全体量）÷４（いくつ分）

ウ　□＝全体量÷いくつ分（□×４皿＝１２個）から□を求めるタイル図



i　左のタイル図は、○が１個のイチゴを表す。

ii　全体量が１２個、いくつ分が4皿で12÷4から全体量を4で等分する枠を作る。その枠に、12を4等分できる1個を、各枠に1個ずつ分け配る（累減）。

iii　左図のタイル図から、１個ずつ分け配ばれた求める１あたり量が何れも○が３個となり、各お皿に３個ずつイチゴをのせることを示している。

よって　１２÷４の□が3になる。

⑤　割り算とタイル図－②（包含除）

「イチゴが全部で１２個あります。お皿は４皿あります。１つのお皿に３個のイチゴをのせます。お皿は何個必要でしょうか。」

ア　割り算

この割り算は、全体量と１あたり量の２量が示され、いくつ分を求める計算。

１あたり量→１つのお皿にのせるイチゴの数３個

いくつ分　→３個のイチゴがのせる□皿の数

全体量　　→イチゴ全部の数１２個

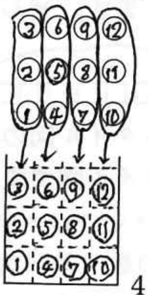
イ　かけ算の式から割り算の式に

かけ算の式に､未知の量□と１あたり量３個のイチゴと全体量１２個を当てはめる。その式から　□＝全体量÷１あたり量　の割り算の式にする。

１あたり量･３個×いくつ分・□皿＝全体量･１２個→３×□＝１２のかけ算の式から、全体量を３個ずつで等分して、□を求める割り算の式にする。

この割り算は、全体量を１あたり量で等分する計算で、割る「÷」の記号を用いて次のように表す。□＝全体量÷いくつ分→□＝１２（全体量）÷３（１あたり量）。

ウ　□＝全体量÷１あたり量（３個×□皿＝１２個）□を求めるタイル図



i　左のタイル図は、○が１個のイチゴを表す。

ii　全体量が１２個、１あたり量が３個のイチゴがのるお皿が□個。３×□＝１２から、□＝１２÷３

iii　□＝１２÷３から、１２を３で等分する。等分除の分け方と異なり、３個を一つのまとまりとして図の左から右へと分け配る等分することを示す。

全体量の１２個のイチゴを１皿目３個入れる。２皿目３個入れる。３皿目の３個入れると全体量が０になり、各皿に３個ずつ分け配る（累減）。

iv　上図のタイル図から、３個ずつ分け配ばれた求める１あたり量が何れも○が３個であり、各お皿４皿に３個ずつイチゴがのることを示している。

よって　□＝１２÷３の□が4になり、１２÷３＝４となる。

エ　□＝全体量÷１あたり量（７個×□皿＝２８個……余り２個）□を求める一事例

「イチゴが全部で３０個あります。１つのお皿に７個ずつのせるために、いくつお皿を準備すればよいでしょうか。」

i　上記ウのように考えると、□を求めるために次のように進める。

ii　７×□＝３０→□＝３０÷７から、３０を７等分する。

ⅲ　全体量の３０個のイチゴから、１皿目７個入れる。２皿目７個入れる。３皿目７個入れる。４皿目の７個を入れると全体量のイチゴが２個しか残らない。

２個でも７つに等分できるが、その等分量は**１あたり量**の１個ずつの７個に該当しない量になる。

（等分除であれば、１＝1/7とし、2/7にして分け配り、３０/7とできる。）

ⅳ　７×□＝３０→□＝３０÷７→□＝２８÷７……２

よって　□＝３０÷７（２８÷７……２は、□＝４であまり２となる

（４）育み培う資質･能力

子どもの誰もが、かけ算・割り算を学び「**分かり　できる**」と実感を得ることができれば、上記（２）や（３）とともに、次のような資質･能力をも育み培う。

①　記憶や学習に関わる脳の可塑性にタイル図等の学びの積み重ねが繋がる

ア　四則計算等の学びを常に半具体物･タイルを仲立ちにして考えることができる。

イ　継続して学ぶことの大切さを知り、進んで学びに取り組み、物事を認知する力の育みに向け、書くこと計算することの練習を続けることができる。

ウ　学びの「分かり　できる」体験から、誰に対しても分け隔てなく「分かり　できる」体験を得ることのできる支援に尽力できる。

エ　ウと同様に、誰もが「自分の考え」「分からないこと」を話せる、問いかけることのできる聞き役なれる・環境づくりに自然と共有できる。

②　四則計算の算数教材が人間性を育み培う

ア　四則計算の一貫性･統合的な思考の進め方が他の領域や他教科の学び、及び日常生活において他者の誰をも個人として尊重する見方･考え方を育むこと。

イ　割り算は全体量をいくつ分のいくつに応じて等分する、等しく分けることの学ぶ体験が､他者の誰をも分け隔てなく公平に関わることを当たり前に行える力を育むこと。

２．教科書等の事例から

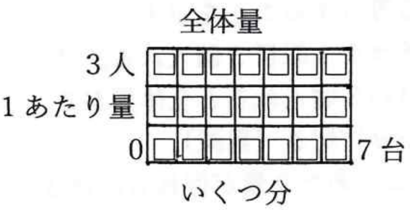
（１）２年　かけ算

①　「１台に子どもが３人乗っているコーヒーカップが７台あります。ぜんぶで何人のっていますか。」(Ｐ１３２)　　１台に３人　７台分の人数

②　タイル□　□→子ども一人　□□□→□□□□□□□……□□□□□□□

③　コーヒーカップ７台に乗っている子ども全員の人数を求めるタイル図の作成

１台に３人ずつで、７台分に子どもが乗っている合計数をタイル図で求める。



ⅰ かけ算の式→１あたり量×いくつ分＝全体量

１つ分×いくつ分＝ぜんぶの数（教科書Ｐ１３２）

ⅱ １あたり量→１台に子どもが乗る数の３人

いくつ分→子どもが３人乗るコーヒーカップ７台

全体量→未知の量○

ⅲ　かけ算の式に　３人/台×７台＝○人　タイル図より□が２１個で○が２１と分かる

よって　３×７＝２１を求めることができる。

ⅳ　かけ算は新しい演算であるから、基本的にはタイル図で求めることとなる。

④　２年生の九九の学びでは必ずタイルを活用すること

ア　教科書の具体物を必ず半具体物･タイルに置き換えて学びに取り組ませること。

１の段から９の段まで、教科書の学習内容の具体物（お菓子、プリン、おはじき、お寿司、１パック５本の飲み物、パン等々）を、子どもが学ぶ段階でタイルを描かせ

る、タイルを板書するなど、上記③のように置き換えて学びに取り組ませること。

イ　具体物を基に、さらに半具体物タイル･タイル図を提示する根拠

ⅰ　子どもにとって数値に繋がる抽象化への道標

「具体物→半具体物･タイル→示されている数値で考え計算する」となる思考の過程で半具体物･タイルが入ることによって、子どもの誰もが、数値でない具体性があり、しかも全ての学習内容で活用が可能であり、子どもにとって全学習内容を一つの見方で捉えることができるから。

ⅱ　かけ算･割り算が共有する「１あたり量×いくつ分＝全体量」を学ぶ体験の起点

整数のかけ算･割り算から小数･分数のかけ算・割り算に繋がり、さらに平均、混み具合、速度、割合、比の学習内容まで一貫して根底を貫く、「１あたり量×いくつ分＝全体量」の出発点だから。

ⅲ　割り算の学びが「分かる　できる」拠り所に

子どもの誰もが全体量を求めるために、１あたり量のいくつ分倍のタイル図作成に向けて考える、手を用いる、眼で考えとタイル図が結びつくかを自分で確かめる。この一連の学びの体験が割り算に繋がり、割り算を「分かる　できる」学びへの拠り所になりえるから。

（２）３年　割り算

①　「イチゴが１２個あります。３人で同じ数ずつに分けると、１人分は何個になるでしょうか。」（P５７）

②　タイル○　○→イチゴ１個　○○○○○○○○○○○○→イチゴ１２個

③　かけ算の式「１あたり量×いくつ分＝全体量」に当てはめる

１あたり量→「１人分は何個になるでしょうか」より未知の量、□で示す

いくつ分　→同じ数ずつに分ける３人の３人

全体量　　→イチゴが１２個ありますの１２個

かけ算の式→□×３＝１２　となる

④　「１２個を３人で同じに分けると、１人が何個になるか」を求める計算が割り算

割り算の式は、「かけ算の式→□×３＝１２」から、１２を３で同じ数に分けることを「÷」の記号を用いて次のように表す。

１２÷３＝□⇔□×３＝１２

⑤　１２÷３＝□の□を求めるタイル図の作成

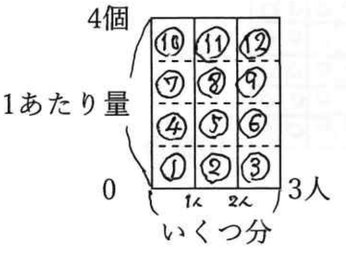
ア　１２÷３＝□⇔□×３＝１２より、かけ算のタイル図作成の考え方と同様に作成

異なるところは「１２を３で同じ数に分ける」ことである。

そのわけ方は、次のような「○○○┊○○○┊○○○┊○○○」分け方でなく、かけ算のタイル図に準じ、１２を１個ずつ３等分した各枠のタイル図に順次入れる。

イ　全体量１２個を３等分する枠を設けたタイル図に１個ずつ順次入れる。

①②③④⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫→イチゴ１２個



ⅰ　左図のタイル図は、大枠の□が全体量の12個を示す。

ⅱ　12個の全体量を3で等分するを、1人目、2人目で縦線を引き、3つの枠を作ることで示す。

ⅲ　3つの枠に図のように1個ずつ順次入れる･累減すると、全体量が0になり、12個を3人で4個ずつ分けることができることを示している。

ⅳ　12÷3＝□が4になることが分かり、12÷3＝4となる。

⑥　⑤のタイル図と、これまでに学習してきたかけ算のタイル図と比べること。

12÷3＝□の□を求めるタイル図が、かけ算4×3の全体量12を求めるタイル図になっている。

１２÷３＝□⇔□×３＝１２で、「1あたり量×いくつ分＝全体量」を共有。

⑦　3年生の割り算の学習においても、1あたり量×いくつ分＝全体量と割り算のタイル図の作成を拠り所とする学びに取り組ませること。

(3) 5年　割合

①　「右の表は、A、B、C、Dのチームがこれまでに試合をした数と勝った数を表したものです。この時点での成績のよい順を調べましょう。」(P155)

	試合数	勝数
A	6	3
B	8	4
C	10	7
D	12	9

②　各チームの成績を決める考え。

ア　基底となる考え

「1あたり量×いくつ分＝全体量」であり、試合数が「いくつ分」で、勝数が「全体量」になると捉えること。そして、1試合戦ったとき勝つ可能性を**確率･割合**という。その確率･割合は求める「1あたり量」に該当すること。

イ　確率･割合は、これまで戦った試合数･いくつ分に対して、勝った試合・全体量がどれだけあるか。すなわち、勝った試合数÷全試合数で求めることになる。

Aチーム＝3÷6＝0、5　Bチーム＝4÷8＝0、5　Cチーム＝7÷10＝0、7

Dチーム＝9÷12＝0、75（各チームとも「全体量÷いくつ分」で求めている）

③　各チームの1試合で勝つ確率･割合をタイル図を用いても求めることもできる（Bチームは略　Dチームのタイル図などを学級の全員で作成することも考えられる）。

ア　Aチームのタイル図

□×6＝3⇔□＝3÷6

タイル図は3・全体量を示す。その3を6等分する6つの枠をタイル図に描く。次に、3を1で6等分したいができない。そこで0、1のタイルを30個作り6つの枠に順次入れる。下図のようなタイル図になる（中には0、1でなく0、5で6つの枠に等しく入れると見る子もいる）。

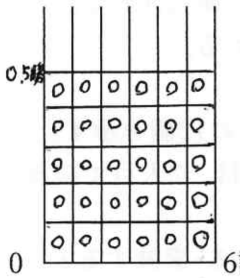
0、1のタイル○ 30個　ⅰ　0、5勝×6＝3勝

ⅱ勝率3÷6＝0、5

5割

ⅲ1試合で勝つ確率

0、5で　5割



イ　Cチームのタイル図

□×10＝7⇔□＝7÷10

タイル図は7・全体量。その7を10等分する枠をタイル図に描く。次に7を10等分したいができない。そこで0、1を70個作り10の枠に順次入れる。下図になる。

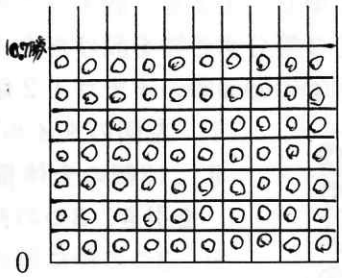
0、1のタイル ○ 70個　ⅰ0、7×10＝7勝

ⅱ勝率7÷10＝0、7

7割

ⅲ1試合で勝つ確率

0、7で7割



ウ　Dチームのタイル図

□×12＝9⇔□＝9÷12

ｉ　タイル図は9・全体量。その9を12等分する12の枠をタイル図に描く。

ⅱ　次に、9を1で12等分したいができない。そこで0、1のタイルを90個作り12の枠に順次入れる。0，1が各枠に7個ずつ入り全部で84個入る。

ⅲ　まだ、0、1のタイルが6枚残る。そこでさらに0 、01のタイルを60枚作り12の枠に順次入れる。

右図のようになる

ⅳ　0、1のタイル ○　0、01のタイル •
90個→84個　60個

ｖ　タイル図より、□＝9÷12の が0、75と分かる。この数値は、Dチームが1試合で勝つ確率・割合が0、75、すなわち7割5分であることを示している。

(4) 6年　分数×分数

①　「縦2／3m、横4／5mの長方形の面積は何㎡ですか。」(P101)

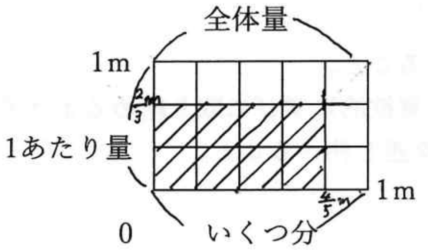
②　かけ算の式「1あたり量×いくつ分＝全体量」を基底に

整数、小数、分数のかけ算の基底は、1あたり量×いくつ分＝全体量である。

ア　長方形の求積は、縦の長さ×横の長さ＝面積　である。

縦の長さ・2/3m＝1あたり量、横の長さ・4/5m＝いくつ分、面積＝全体量となる。

イ　2／3m×4/5mの長方形の面積を求めるためのタイル図の作成



2／3×4/5＝□を求めるタイル図

ｉ　2／3の4/5分・倍を取り（2/3を4回累加)、斜線で示す。そして、2／3mと4／5mの長さにできる基本単位の1mをタイル図に示す。

ⅱ　タイル図の1ます□は、図より1㎡の1／15の大きさで1/15㎡を示している。

ⅲ　斜線の部分は、1/15のタイルが8個あるので8/15㎡であることが分かる。

よって、2／3×4/5＝□の□が8 ／15となる。

したがって、2／3×4/5＝2×4 ／3×5　となり、分数同士のかけ算は、「分子同士をかける／ 分母同士をかける」と、分数同士かけ算の計算の仕方を捉えることができる。

タイル図を用いて3題ほど取り組めば子どもが計算の仕方を見出す。

(5) 6年　分数÷分数

①　「8／5mの重さが4／7ｋｇの針金があります。この針金1ｋｇの長さは何mですか。」(P114)

②　かけ算の式「1あたり量×いくつ分＝全体量」を基底に

整数、小数、分数のかけ算・割り算の基底は、1あたり量×いくつ分＝全体量。

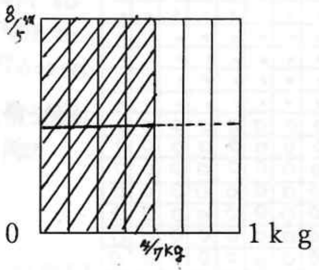
ア　示されている2つの数値「8／5mの重さが4／7ｋｇの針金」と、「1kgの長さをを求める」から、

求める1kgの長さが「1あたり量」、8/5mが全体量、4/7ｋｇがいくつ分、となる。

イ　1あたり量×いくつ分＝全体量に当てはめると

□×4／7＝8／5となり □＝8/5÷4／7の式になる

ウ　□＝8/5÷4/7の□を求めるタイル図の作成



i　タイル図は8/5の全体量を示す。その8/5を4/7の4で等分する枠を描く。

ii　次に8/5を1で4等分したいができない。そこで8/5＝1／5で8等分して4つの枠に順次入れる。2巡目で、8/5の全体量が0になる。

iii　図より、1目の重さは、2／5kgであり、求める1kgの重さは2/5kgの7個分であることが分かる。

iv　よって、求める1kgの重さは、2/5が7個分であり、2／5×7＝14/5となる。

v　8/5÷4/7＝14/5の結果は、分数同士の割り算計算の仕方が、除数の分母と分子を逆にして、8／5÷4／7＝8×7/5×4とすればよいことを示している。

タイル図を用いて3題ほど取り組めば子どもが計算の仕方を見出す。

エ　「混み具合、速度、割合」等の学習において、必ずタイル図を用いて「1あたり量×いくつ分＝全体量」が基底になっていることを子どもに認識させること。

オ　□＝8/5÷4／7　を比の考えでも

8／5：4／7＝□：1→4/7×□＝8/5×1→□＝8/5÷4/7

3　脳の可塑性を大切にする

脳の可塑性から子どもの誰もが、その子が自らの力で自分も他者の誰をも大切にし合いながら共に成長する人間性を育み培うと考える。

そのために、子どもの周りに居る大人が次のようなことを支えることができるかである。

i　子どもが自ら学びに日々取り組むこと。

ii　子どもが「分かって　できる」学びに日々取り組めること。

iii　i、iiの子どもの学ぶ姿の実現に向けて、子どもが意欲的に学びに取り組めるよう子どもの周りに居る大人が一体となって温かな言葉･手を差し伸べること。